推導如何最大違反**CHSH inequality**並用不同方式進行檢測

學生:桑宇彤,張雲翔,陳逸琦,曾晟倢,黃景睿(依姓氏筆畫排列)
導師:古煥宇

壹.摘要

我們推導CHSH inequality並使用了IBMQ的網站設計了違反Bell's inequality的程式, 發現CNOT error比single qubit error 數量多了10倍, 我們認為CNOT越不穩定對CHSH影響會越大。

.

貳.簡介

貝爾定理又名為貝爾不等式, 是因愛爾蘭物理學家約翰·貝爾而命名, 此定理意味著量子物理必需違背定域性原理或反事實確定性, 對EPR謬論的研究做出重要的貢獻。
貝爾定理的實驗驗證所得到的結果, 符合量子力學理論的預測, 並且顯示某些量子效應似乎能夠以超光速行進。由於這驗證結果, 所有歸類為隱變數理論, 經得起考驗的量子理論都只能限制為非定域種類。2015年, 台夫特理工大學的羅納德·漢森等人在《自然》的封面文章表示目前量子理論比定域性隱變量理論更準確地描述量子纏結現象。

參.推倒及測量[1][2][3]

Q=X=$\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$

S= $\frac{x+z}{\sqrt{2}}$ = $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$

R=Z=$\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$

T= $\frac{x-z}{\sqrt{2}}$ = $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$

<QS>=<Ψ|QS|Ψ>

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0 & 0\\ 1 & -1 & 0 & 0\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 0\\ 1\end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & -1 & 1 & 1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 0\\ 1\end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{2}}\times 2$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

<RS>=<Ψ|RS|Ψ>

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1 & 0 & 0\\ 1 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & -1\\ 0 & 0 & -1 & 1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 0\\ 1\end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & 1 & -1 & 1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 0\\ 1\end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{2}}\times 2$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

<QT>=<Ψ|QT|Ψ>

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}0 & 0 & -1 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 1\\ -1 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 0\\ 1\end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & 1 & -1 & 1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 0\\ 1\end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{2}}\times 2$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

<RT>=<Ψ|RT|Ψ>

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}-1 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & -1 & -1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\0\\0\\1\end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-1 & 1 & -1 & -1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\0\\0\\1\end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{2}}\times(-2)$$

$$=\frac{-\sqrt{2}}{2}$$

<QS>+<RS>+<QT>-<RT>

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}-\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$=2\sqrt{2}$$

圖形化方式檢測結果

使用ibmq_qasm_simulator結果為2.842，使用ibmq_santiago結果為2.570，使用ibmq_manila結果為2.525，使用ibmq_quito結果為2.482，使用ibmq_belem結果為2.078，使用ibmq_lima結果為2.599。

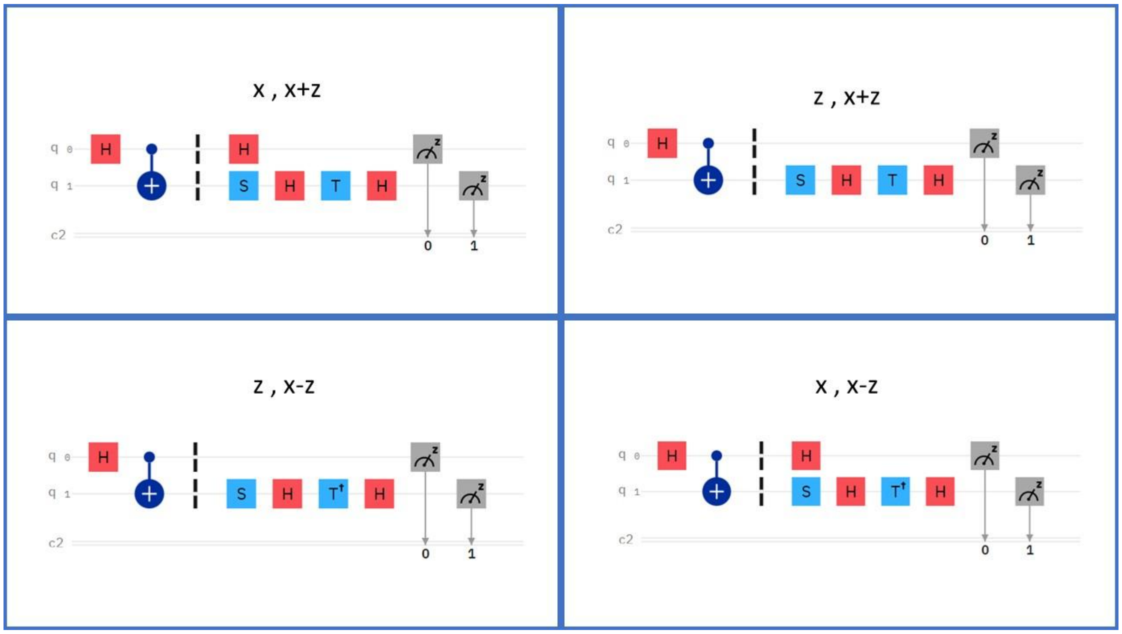

圖**1.**上圖為使用圖形化介面所設計出來的程式

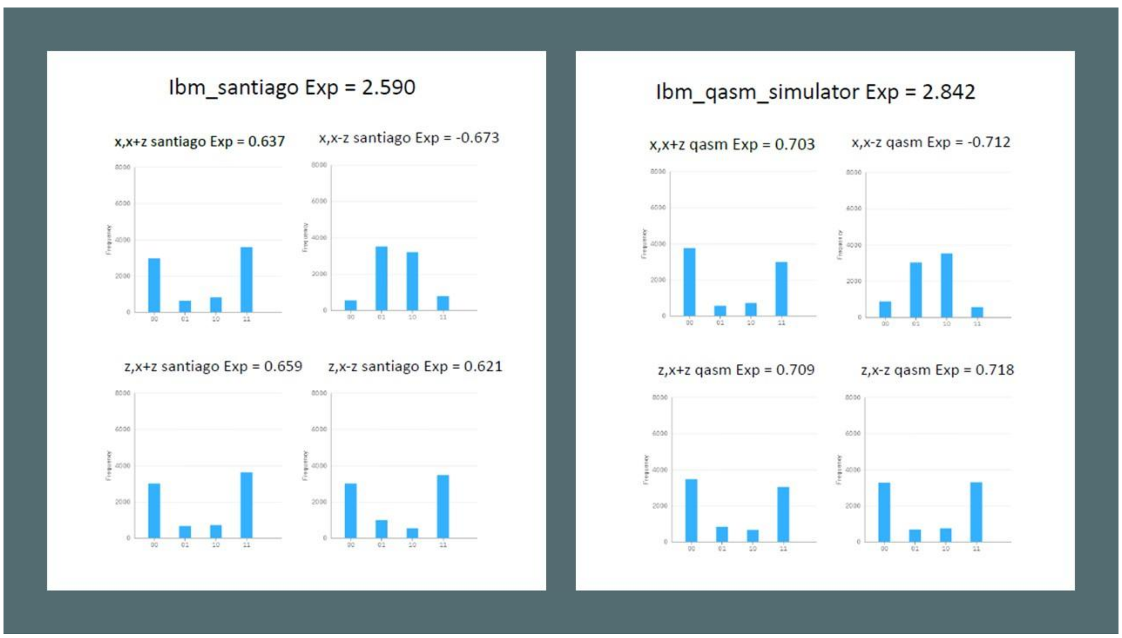

圖**2.**左圖為使用**ibmq_qasm_santiago**檢測/右圖為使用**ibmq_simulator**檢測

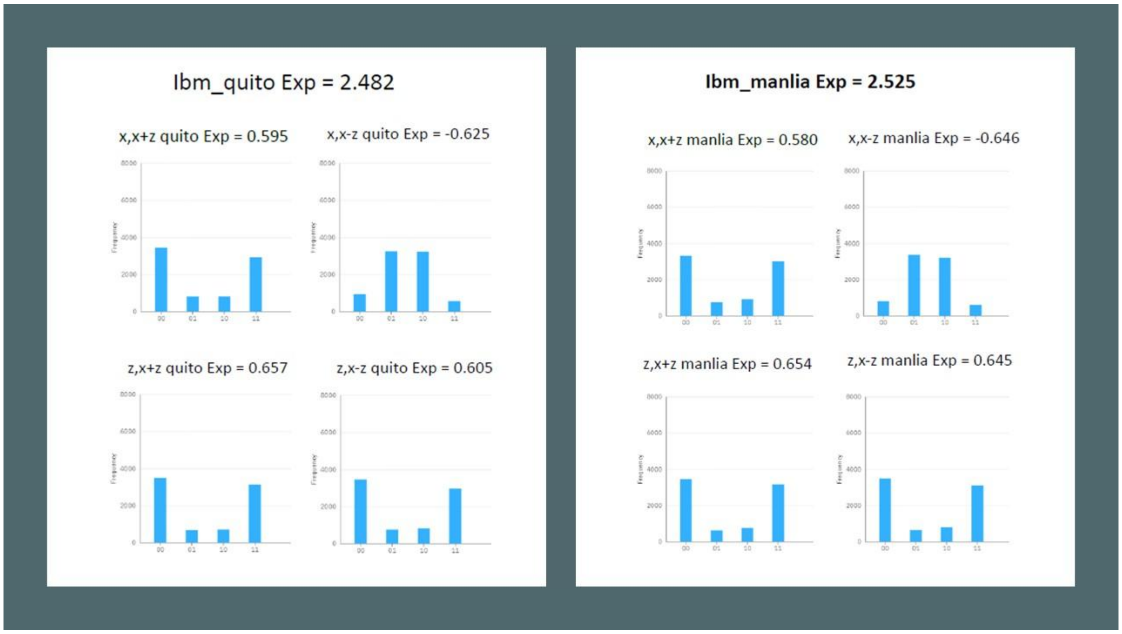

圖**3.**左圖為使用**ibmq_quito**檢測/右圖為使用**ibmq_manila**檢測

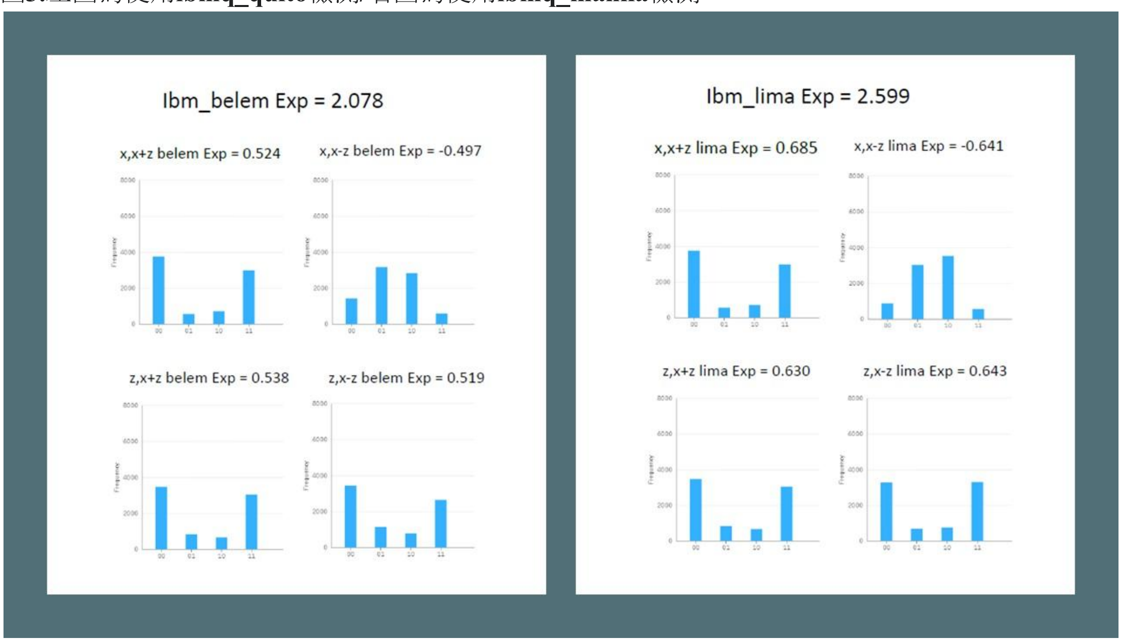

圖**4.**左圖為使用**ibmq_belem**檢測/右圖為使用**ibmq_lima**檢測

qiskit方式檢測結果

使用ibmq_qasm_simulator結果為2.827，使用ibmq_santiago結果為2.649，使用ibmq_manila結果為2.465，使用ibmq_quito結果為2.46，使用ibmq_belem結果為2.102，使用ibmq_lima結果為2.542。
qiskit程式設計連結:https://github.com/TCC0731/CHSH-inequality

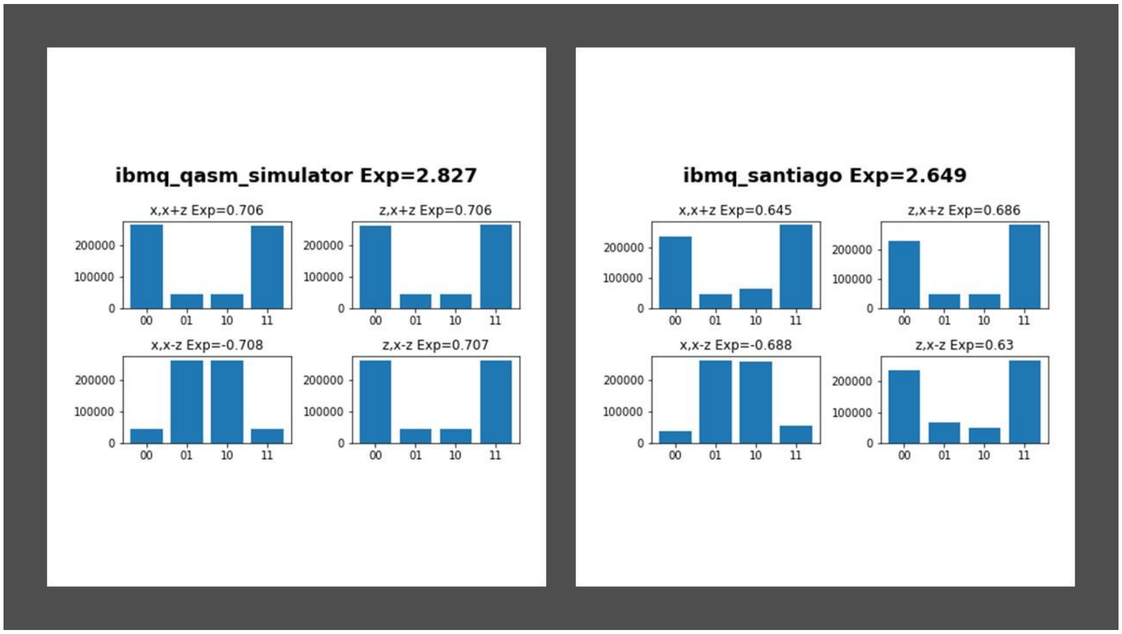

圖**5.**左圖為使用**ibmq_qasm_simulator**檢測/右圖為使用**ibmq_santiago**檢測

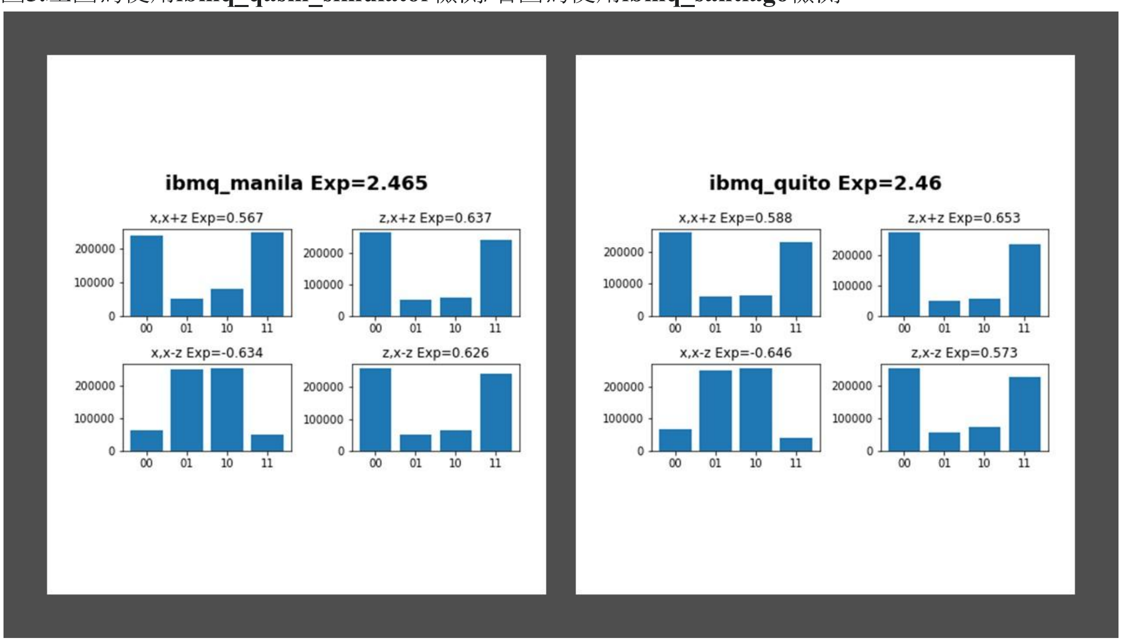

圖**6.**左圖為使用**ibmq_manila**檢測/右圖為使用**ibmq_quito**檢測

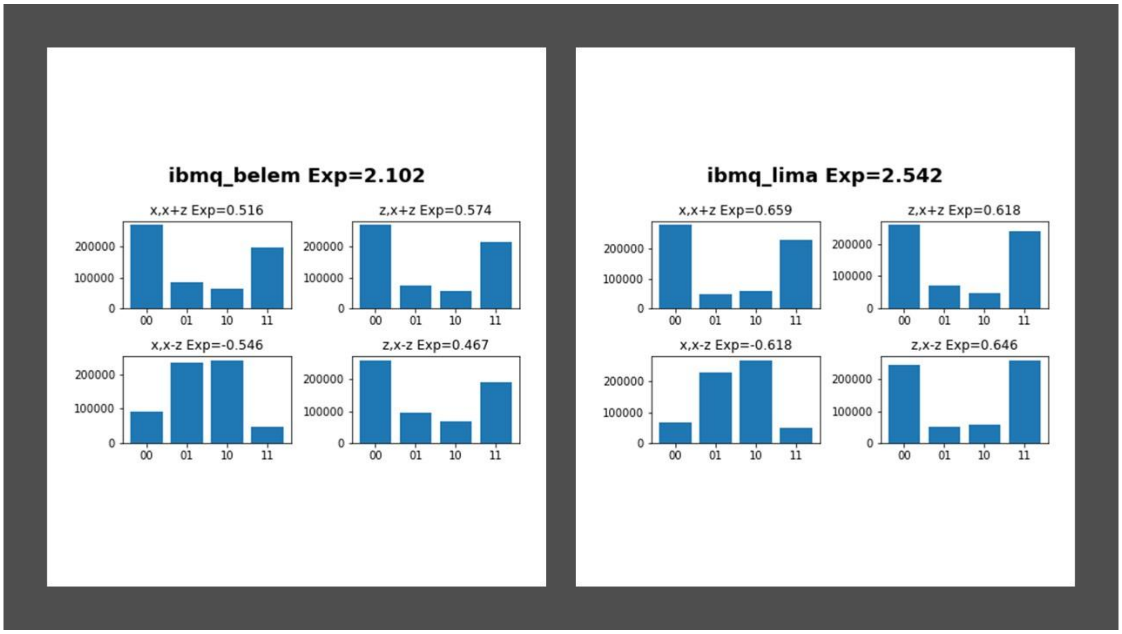

圖**7.**左圖為使用**ibmq_belem**檢測/右圖為使用**ibmq_lima**檢測

肆**.**結果與討論

我們使用了IBMQ的網站設計了違反 Bell’s inequality的程式,通過使用古典電腦模擬的量子電腦,我們可以達到最大違反CHSH的也就是2.828,那通過使用IBMQ網站提供的real device,我們只能達到2.628,最低的甚至只有2.102接近古典能夠達到的極值,我們推斷ibmq的提供的量子電腦的糾纏可能不太優秀,導致我們無法達成最大違反Bell’s inequality。

通過觀察CNOT error和single qubit error的數量,我們發現CNOT error比single qubiterror 多了10倍, 我們認為CNOT的不穩定對CHSH影響會越大。

未來的目標可能可以通過其他可觀測量去違反Bell’s inequality或是嘗試random number generator。

致謝詞

我們感謝IBM quantum experience所提供的平台。以上皆為本文共同作者的觀點, 並不反映IBM quantum experience官方政策或立場。我們同時感謝彼此的討論及研究, 若是缺少任何一位成員, 我們將無法順利呈現如此完善的結果以及看法。

參考資料

[1] Hensen, B., Bernien, H., Dréau, A. E., Reiserer, A., Kalb, N., Blok, M. S., ... &

Hanson, R. (2015). Loophole-free Bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 kilometres. Nature, 526(7575), 682-686.

[2] Clauser, J. F., Horne, M. A., Shimony, A., & Holt, R. A. (1969). Proposed experiment to test local hidden-variable theories. Physical review letters, 23(15), 880.

[3] Bell, J. S. (1964). On the einstein podolsky rosen paradox. Physics Physique Fizika, 1(3), 195.

[4] Blaylock, G. (2010). The EPR paradox, Bell's inequality, and the question of locality. American Journal of Physics, 78(1), 111-120.

[5] Griffiths, D. J., & Schroeter, D. F. (2018). Introduction to quantum mechanics. Cambridge University Press.

[6] Hensen, B., Bernien, H., Dréau, A. E., Reiserer, A., Kalb, N., Blok, M. S., ... & Hanson, R. (2015). Loophole-free Bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 kilometres. Nature, 526(7575), 682-686.

分工

1. 推導CHSH+結論 黃景睿
2. 圖形介面 陳逸琦
3. real device檢測 + 比較不同台之間算出的差異 曾晟倢
4. 撰寫報告(摘要與前言跟報告設計)X2 桑宇彤 張雲翔