

中興量子資訊 書面報告

組別：3A

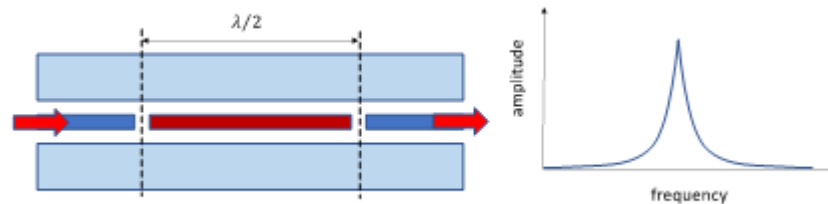
組員：郭明豪、蔡凱中、陳佺諄、王睿哲、王秉儒

一、目的：學習操作基本的微波儀器，並測量量子位元

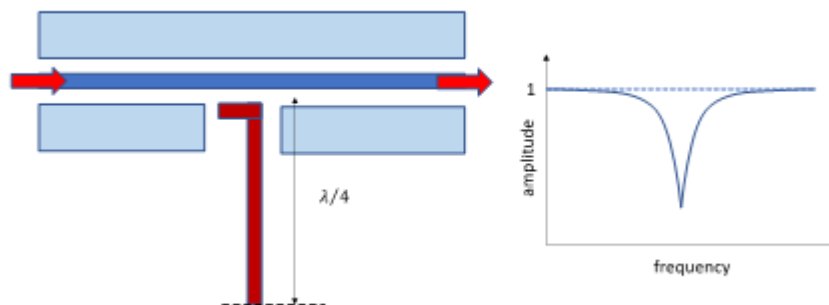
二、原理：

1. 共振器

樣品分成 A. 穿透式共振器 與 B. 反射式共振器



圖一、穿透式共振器，和電磁波穿透係數振幅。



圖二、反射式共振器，和電磁波穿透係數振幅。

反射式的共振器，若共振頻率為，則共振器反射係數的理論公式為

$$S_{21}(f) = a e^{i\alpha} e^{-2\pi f\tau} \left[1 - \frac{\frac{Q_l}{|Q_c|} e^{i\phi}}{1 + 2iQ_l \left(\frac{f}{f_r} - 1 \right)} \right]$$

Q_l 為Load Q， Q_c 為coupling Q。[]內為共振器的理想結果，[]外則是環境的貢獻，如傳輸線產生的吸收和相位變化。分析時可以先移除吸收係數 a ，相位常數 α 和電子延遲 τ 的貢獻。

穿透式的共振器，若共振頻率為 f_r ，則共振器穿透係數的理論公式為

$$S_{21}(f) = ae^{i\alpha} e^{-2\pi f\tau} \left[\frac{\frac{Q_l}{|Q_c|} e^{i\phi}}{1 + 2iQ_l \left(\frac{f}{f_r} - 1\right)} \right]$$

2. 共振器與量子位元的耦合

一個簡單的物理模型可以使用這個矩陣代表系統能量：

$$H = \hbar \begin{pmatrix} \omega_q & g \\ g & \omega_r \end{pmatrix}$$

第一個狀態 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 代表量子位元在激發態，共振器無光子。第二個狀態 $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 代表量子位元在基態，共振器中有一個光子。 $\hbar\omega_q$ 是量子位元的激發能量， ω_r 為共振器固有頻率，光子能量為 $\hbar\omega_r$ 。有耦合時，量子位元可以吸收共振器光子而受激。或者激發量子位元可以放出一個光子到共振器。這用非對角元素 g 來代表。在此我們可以省略量子位元在基態，共振器無光子的系統基態，以及其他能量更高的系統激發態。

解此系統的本徵能量得到

$$\omega_{\pm} = \omega_0 \pm \sqrt{\frac{\Delta^2}{4} + g^2}$$

其中

$$\omega_0 = \frac{\omega_q + \omega_r}{2} \quad \Delta = \omega_q - \omega_r$$

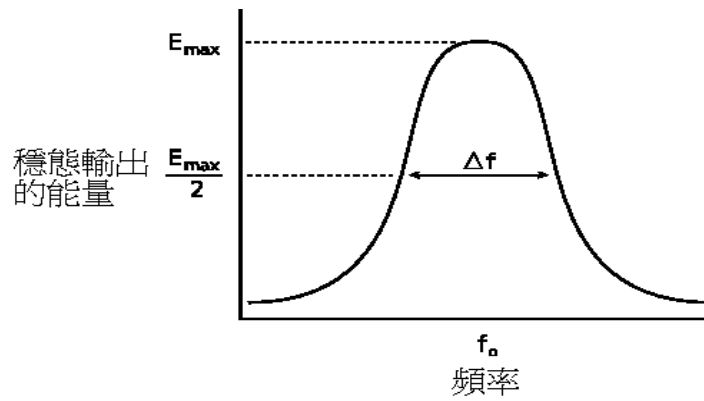
當 $\omega_q = \omega_r$ ，兩本徵頻率相差 $2g$ ，此現象稱為真空拉比分裂或真空拉比震盪。當 $\Delta \gg g$ 時，其中一個頻率會接近於

$$\omega \approx \omega_r \mp \frac{g^2}{\Delta}$$

表示對原來的共振器頻率會產生偏移量 $\mp \frac{g^2}{\Delta}$ ，正負號取決於量子位元能量高或低於 ω_r 。此偏移又稱為 dispersive shift。

3. 品質因子 (Q factor)

品質因子是一種表示振子阻尼性質的物理量，也可以表示振子的共振頻率相對於頻寬的大小，高Q因子表示陣子能量損失的速率較慢，震動可持續較長時間。

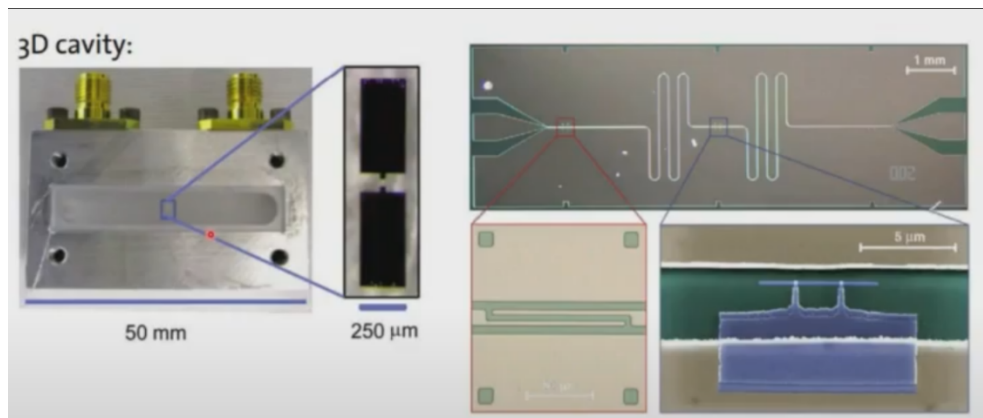


圖三、品質因子

三、儀器架設與介紹：

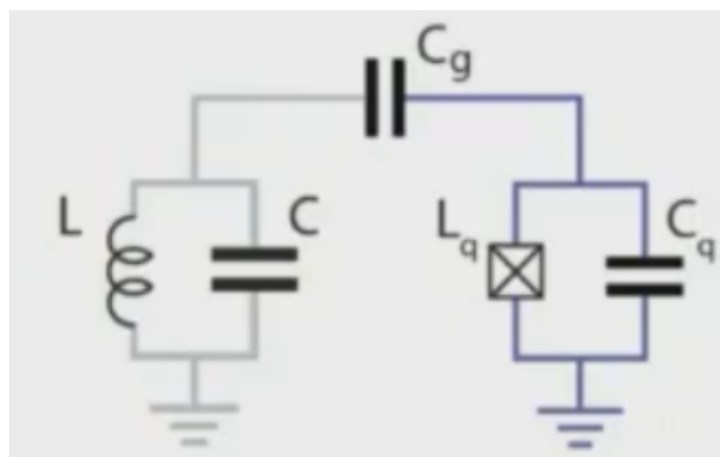
1. 空腔共振器

可以將量子位元隔絕周邊環境，並使量子位元相互耦合，也可以讀取量子位元狀態。



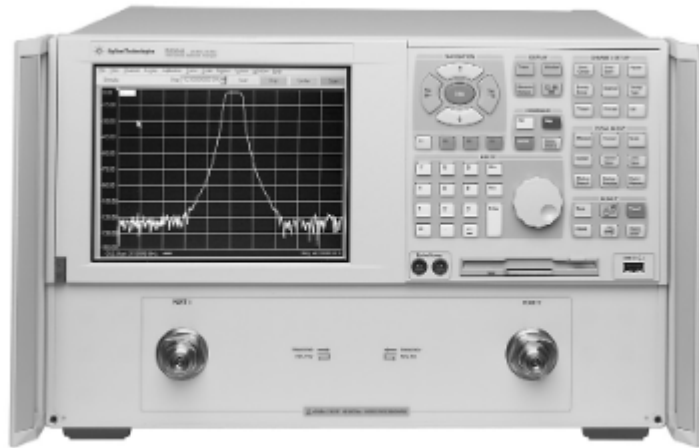
圖四、空腔共振器

其電路圖如下：



圖五、空腔共振器之電路圖

2. 向量網路分析儀 Vector Network Analyzer (VNA)



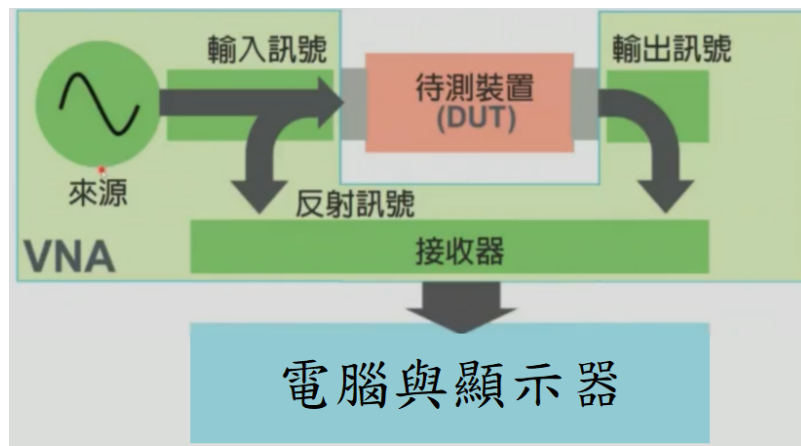
圖六、向量網路分析儀

Frequency range : 10MHz~20GHz

Power : -30dbm~5dbm

Point : 2~16001

IF Bandwidth : 1Hz~250kHz



圖七、VNA示意圖

	Port 1 輸出	Port 2 輸出
Port 1 接收	$S_{11} = \frac{\text{反射}}{\text{入射}} = \frac{b_1}{a_1}$	$S_{12} = \frac{\text{傳輸}}{\text{入射}} = \frac{b_1}{a_1}$
Port 2 接收	$S_{21} = \frac{\text{傳輸}}{\text{入射}} = \frac{b_2}{a_1}$	$S_{22} = \frac{\text{反射}}{\text{入射}} = \frac{b_2}{a_2}$

圖八、VNA參數設定

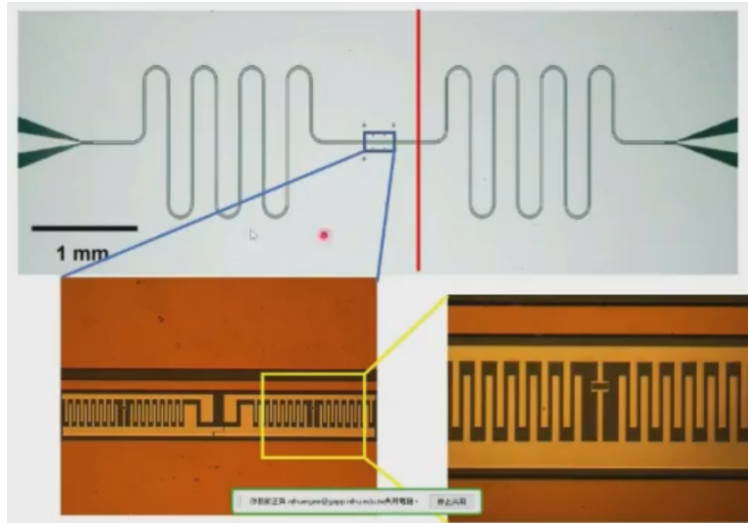
VNA常用單位：dB

$$dB = 20 \log_{10} \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

VNA輸出功率：dBm

$$dB = 20 \log_{10} \frac{V_{out}}{1mW}$$

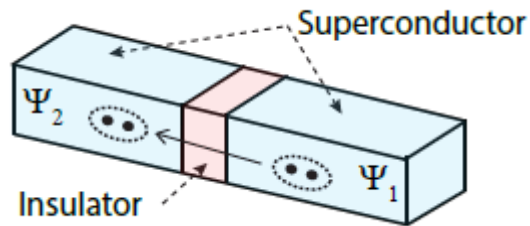
3. 待測物



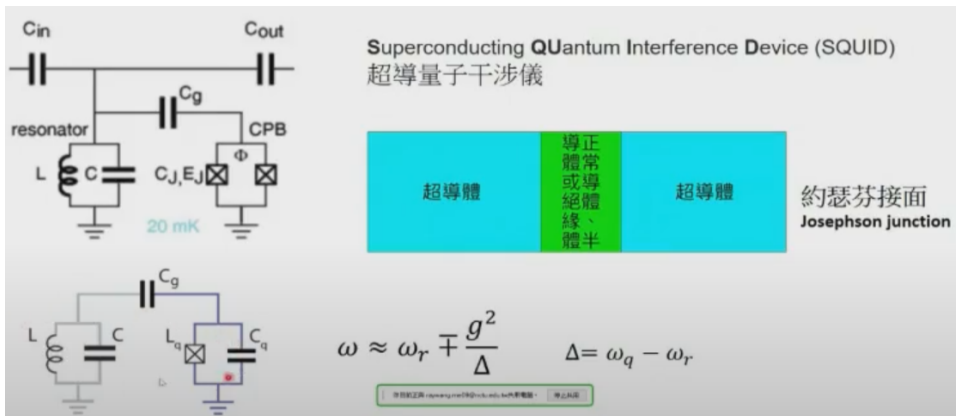
圖九、待測物

中間有一個小小的黑色方塊就是約瑟芬界面，也就是量子產生共振的地方

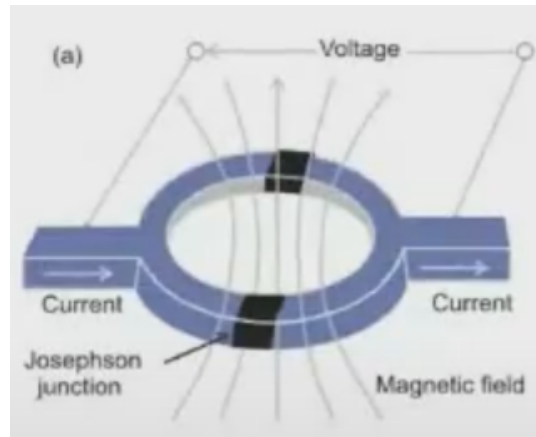
4. 超導量子干涉儀



圖十、Josephson junctions



圖十一、超導量子干涉儀(A)



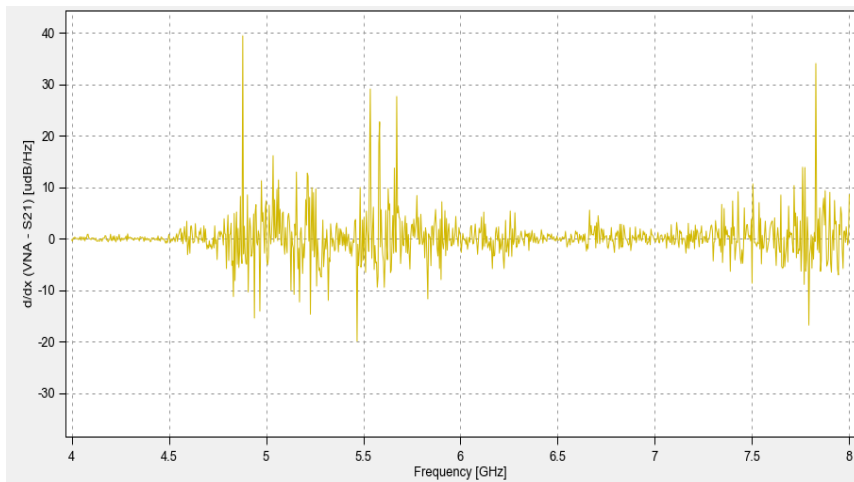
圖十二、超導量子干涉儀(B)

四、實驗量測：

1. Resonance frequency

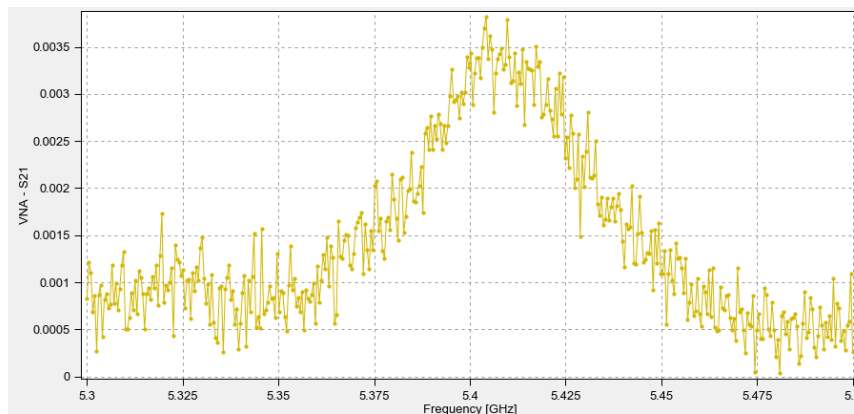
(1)使用VNA量測電磁波穿透係數振幅與相位，並精確測定共振器共振頻率。頻率設定範圍須包含共振器共振頻率。

(2)頻率粗掃：選擇量測與紀錄結果為S21，將S21拉入Log channel中。需要設定的參數，將參數拉入Swp sequence中。下圖為第一次粗掃

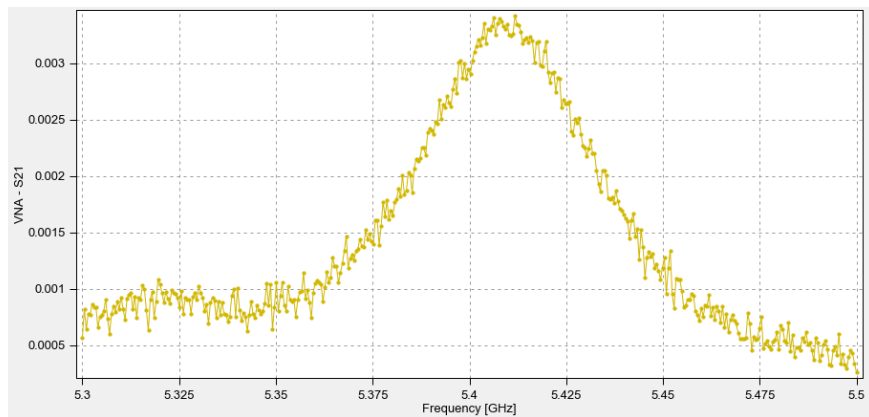


(3)找出頻率訊號較大的地方，把紀錄共振頻率精確到10MHz，減少點數和量測能量減少雜訊，點數個位數最好是1。

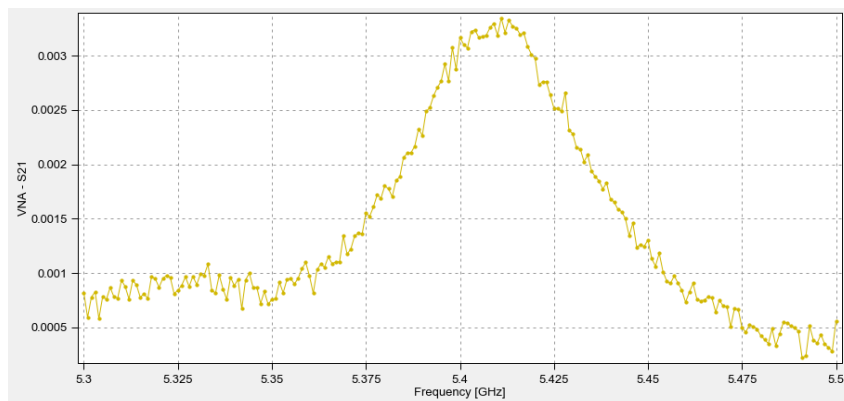
第一次細量 圖為 1kHz -15dBm 400points



第二次細量 圖為 100HZ -15dBm 400points



第三次細量 圖為 100HZ -15dBm 201points



結果討論：

在量測的時候要注意量測給的功率，因為鈹才是鋁可能被加熱額產生雜訊，所以功率下降雜訊就會下降，另一個影響雜訊的原因是量測點數，越多的量測點數量測時間會上升，並且圖會變得相對不好閱讀。

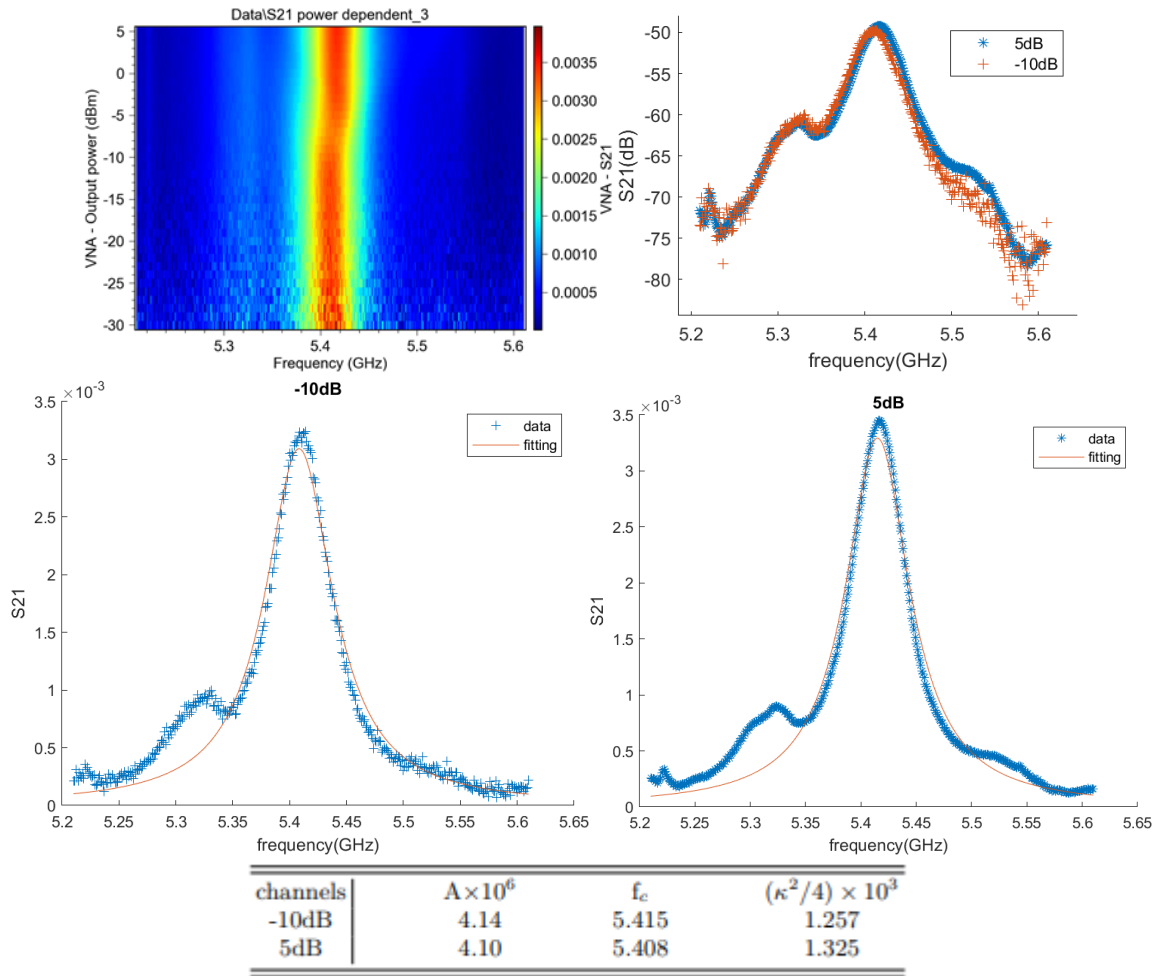
結論：

明顯的可以看出，減少功率點數可以使微波波型較好辨認

2. Power dependence

在本次實驗我們外加8.46mA，我們更改輸出功率，請注意在此處提到的輸出功率都為原始輸出功率，期還會經過衰減器(110dB)，其餘參數於附表，並測量-10dB和5dB中的共振頻率分別為5.410GHz和5.416GHz，會產生偏移為6.000MHz，由此推估量子位元的共振頻率比空腔共振頻率高。分別測量在低能量狀況下(-10dB)因為在高能量狀態(5dB)下的品質因子，另外高能量狀態在品質因子約為 Q_{int} 。使用共振頻率下3dB估算分別為132.和134.。因此量子位元的品質因子約為8840。另外我們也使用Lorentzian function去擬合數據，其範圍包括全部的點。其結果如附表。算出品質因子分別為74.28和76.26量子位元的品質因子約為2861。

channels	set	channels	set
IFB	50 HZ	Span	400MHz
center frequency	5.41GHz	of points	401

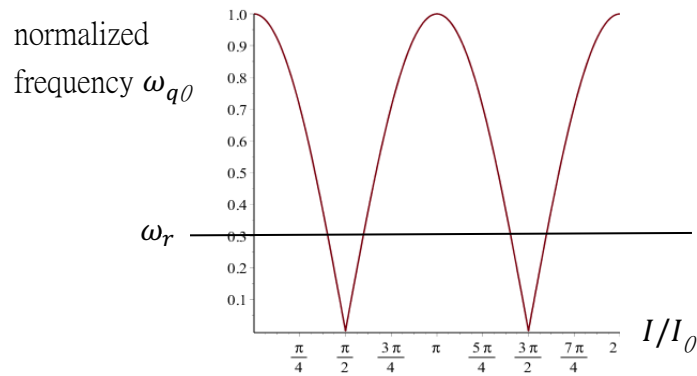


3. Current dependence

我們改變外加電流，進而改變外加磁場，進而改變量子位元(SQUID)的激發能量，改變所對應到的頻率 ω_q 。

$$\omega_q = k \sqrt{\left| \cos \frac{\phi}{\phi_0} \right|} = k \sqrt{\left| \cos \frac{bI}{I_0} \right|}$$

ϕ_0 = flux quantum, I_0 = flux quantum對應的電流, k 為常數, ω_r 為共振器固有頻率



只有在 $\omega_q \cong \omega_r$ 會有 dispersive shift，所以

- ①藉由 dispersive shift 找到耦合強度 g
- ②我們可以藉由量測找到 ω_q 對 I 的週期

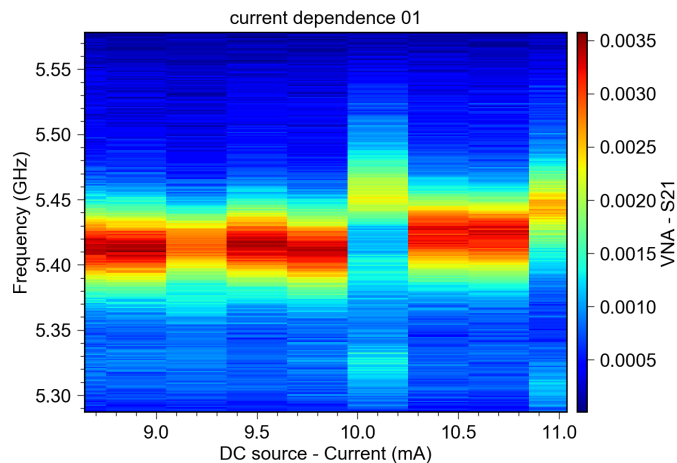
*註：本次實驗裝置內有兩個 SQUID (Qubit)

實驗參數：

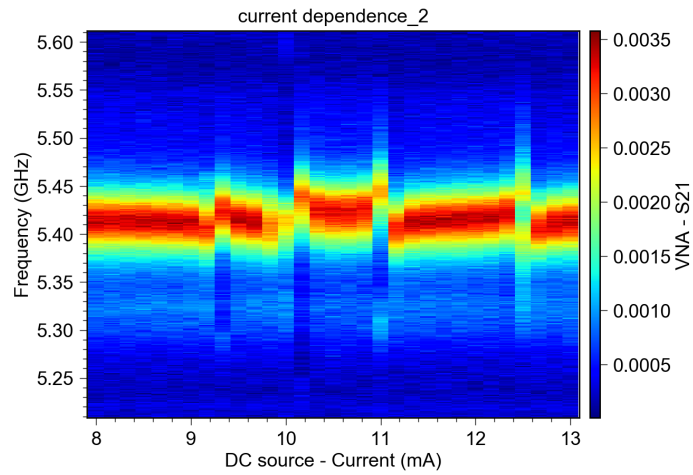
VNA - Output power	1	-20 dBm
VNA - IF bandwidth	1	100 Hz
VNA - Wait for new trace	1	1
VNA - Center frequency	1	5.41 GHz
VNA - Span	1	400 MHz
VNA - # of points	1	401

(1) 實驗測量：

首先，我們先試著將電流設在 8~11mA，觀察到在 10mA 與 11mA 兩處有明顯的偏移，推測即是兩個 dispersive shift 的發生處



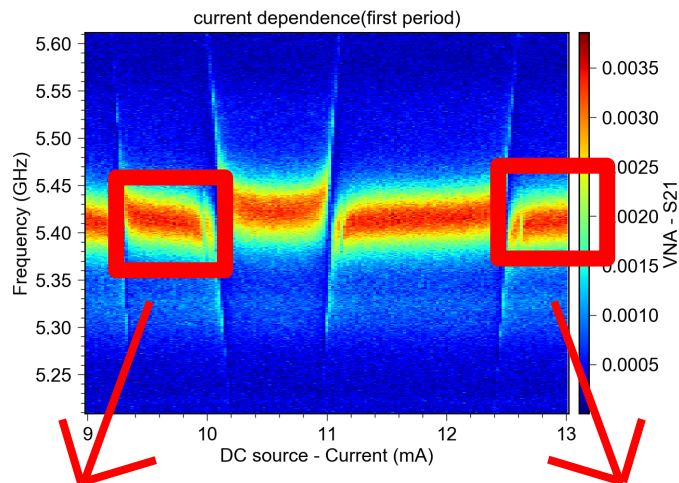
接著再加大範圍，電流範圍增加為 8~13mA，同時增加點數(增加圖的解析度)。此時出現四個有斷點之處，分別在 9.1mA、10mA、11mA、12.5mA 左右

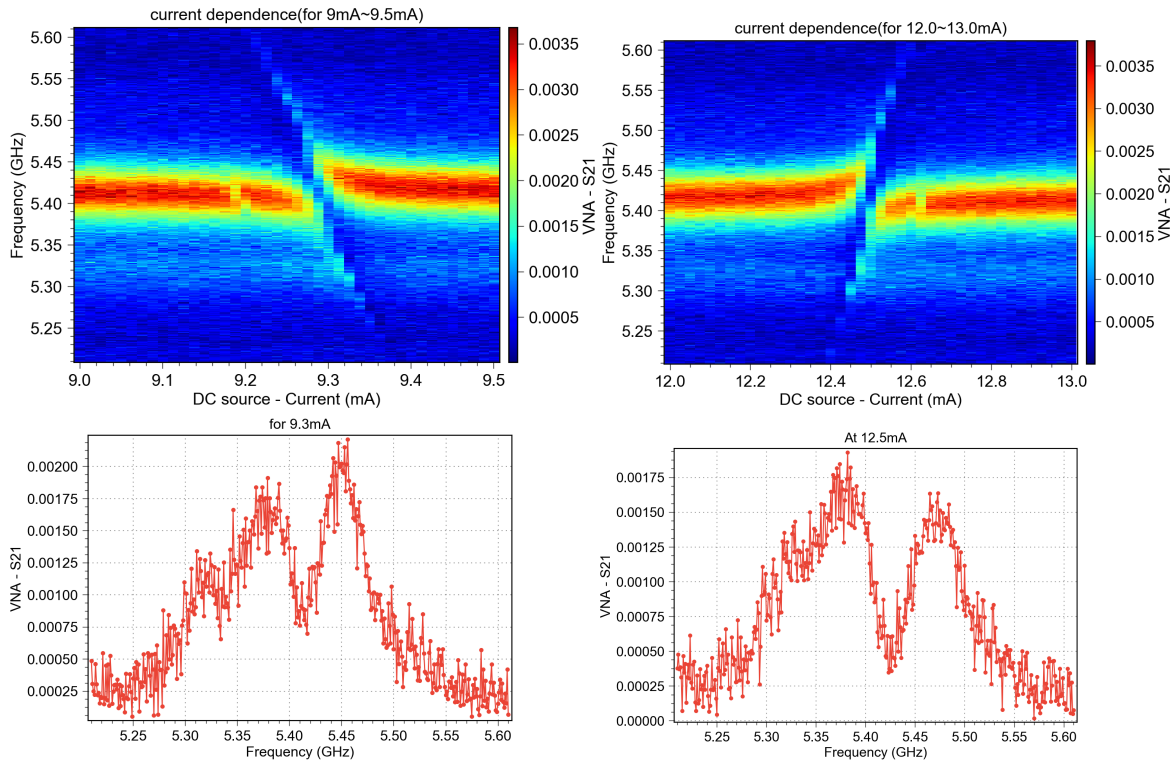


其中12.5mA的地方再抓出來細掃，同時找出兩峰值靠的最近的瞬間。大概是在12.5mA處，其耦合強度為 $\frac{5.475-5.384}{2} = 0.045 \text{ GHz} = 45.5 \text{ MHz}$

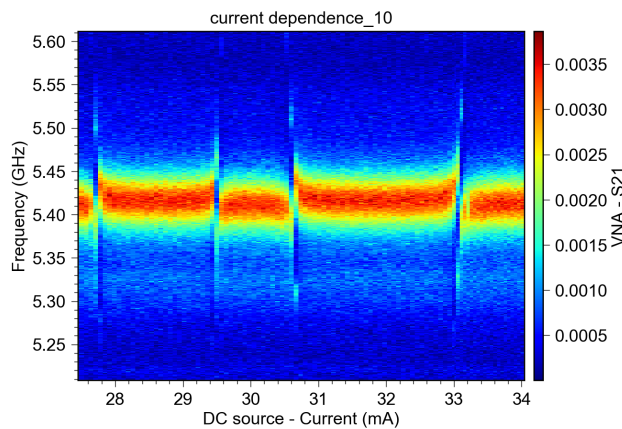
同理，在9.288mA的地方，其耦合強度為 $\frac{5.456-5.379}{2} = 0.0385 \text{ GHz} = 38.5 \text{ MHz}$

最後再增加點數使第一週期的圖更清楚。



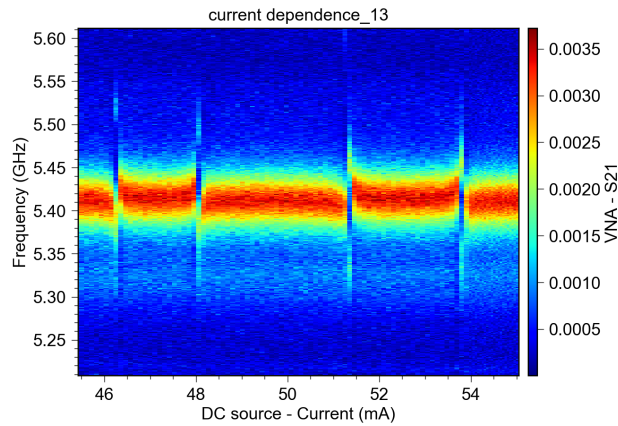


接著我們再加大電流，測量第二週期。



比較第一週期與第二週期的圖，得出以下幾點：

1. 第一週期時，兩個Qubit的週期圖會在10~11mA之間交會；第二週期時，會在30mA左右交會。但前者在下方(約3GHz，離共振器較遠)，後者在上方(約6~7GHz，離共振器較近)
2. 在第二週期30mA左右，6~7GHz附近，可研究兩個量子位元耦合的結果，進而去研究像是Qubit間的交互作用
3. 第二週期相比第一週期，其兩Qubit的相位差又更大了，到第三週期，兩個Qubit會完全地分開(下圖為量測到的數據)



(2)週期分析：

令第一個dispersive shift point對應到的值(電流)為N1(Qubit1)，P1(Qubit2)以此類推

shift point for Qubit1	ω_q 對I的週期(mA)	shift point for Qubit2	ω_q 對I的週期(mA)
N3-N1	18.437	P3-P1	20.575
N4-N2	18.469	P4-P2	20.570
N5-N3	18.520	P5-P3	20.694
N6-N4	18.586	P6-P4	20.74
平均	18.503	平均	20.645

兩個Qubit的 ω_q 對I的週期分別是18.503(mA)跟20.6545(mA)。並且我們可以注意到週期隨者電流的增大疑似有增大的跡象。不過也有可能只是實驗誤差。由於時間的因素，我們並未繼續深入這個主題，我們暫且假設週期是不會隨流大小改變，將此視為誤差。

五、參考文獻

- [1] S. Probst, F. B. Song, P. A. Bushev, A. V. Ustinov, and M. Weides, Rev. Sci. Instrum. 86 (2), 024706 (2015).
- [2] A. Wallraff, D. I. Schuster, A. Blais, L. Frunzio, R. S. Huang, J. Majer, S. Kumar, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, Nature 431 (7005), 162 (2004).
- [3] Alexandre Blais, Ren-Shou Huang, Andreas Wallraff, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, Physical Review A 69 (6), 062320 (2004).
- [4]Naghiloo, Mahdi. "Introduction to experimental quantum measurement with superconducting qubits." *arXiv preprint arXiv:1904.09291* (2019).
- [5] Labber training
- [6] [lorentzfit\(x,y,varargin\) version 1.7.0.0](#) by [Jered Wells](#)
- [7]Powerpoint of Teaching Assistant

六、報告製作分工

郭明豪：實驗量測 Current dependence 之數據分析及整理

蔡凱中：實驗量測 Current dependence 之數據分析及整理、報告排版與整理

陳份諄：實驗量測 Power dependence 之數據分析及整理

王睿哲：目的與原理、儀器架設與介紹

王秉儒：實驗量測 Resonance frequency 之數據分析及整理

七、致謝

感謝這次主辦活動的國立中興大學和科技部，以及國立彰化師範大學的協辦、其他各大學教授的教學，最後還有指導我們硬體實作3A組的國立中興大學物理學系碩士生楊泓翊助教。感謝各位的籌備與教學，讓此次的量子科技暑期學校的活動圓滿結束，獲益良多。